公式：

三角形面積 ＝ ________________　　(重點 ：____________)

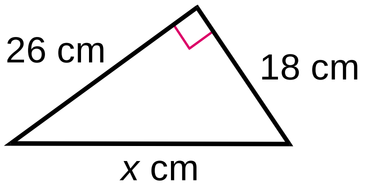
圓形面積 ＝ ________________

錐體體積 ＝ $\frac{1}{3}$ × 底面積 × 高

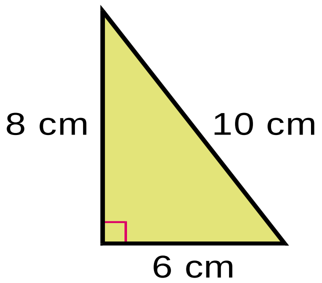
重溫體積 ：

1.　求下列各題的面積。

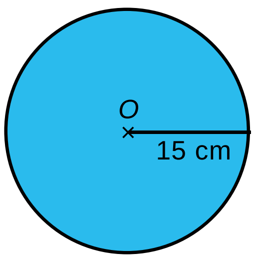
(a)



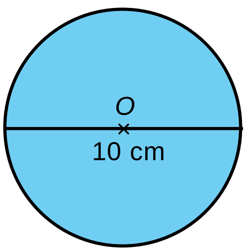
(b)



(c) (答案以 π 表示)

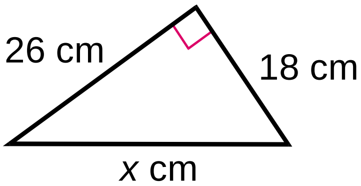


(d) (答案以 π 表示)

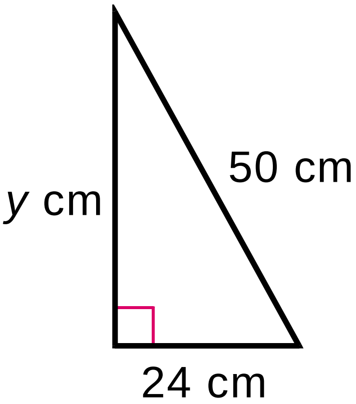


2. 求下列各題的未知數

(a)



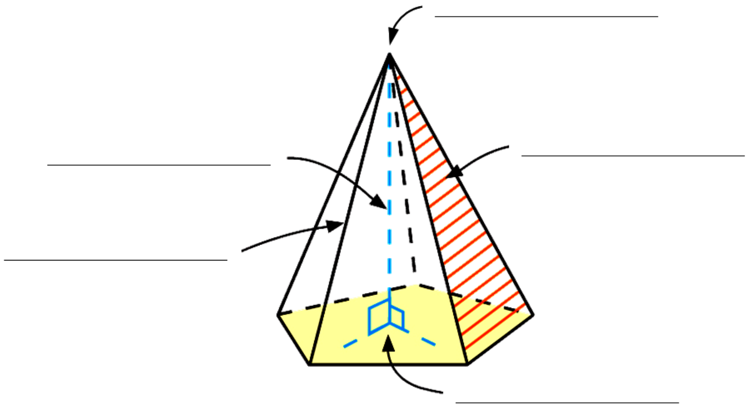
(b)



角錐體體積

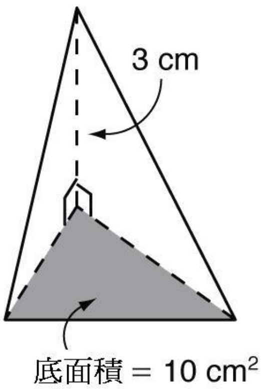
1. 圖中顯示一個棱錐。把下列詞彙填在適當的橫線上。

底	側面	頂點	高	斜棱

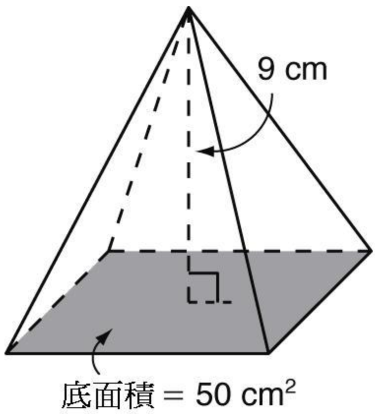


2. 求下列各棱錐的體積。

(a)

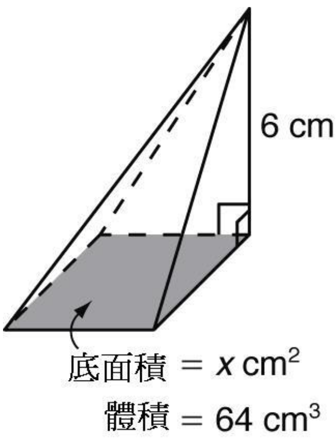


(b)

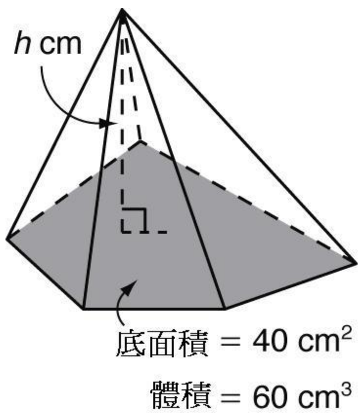


3. 求下列各棱錐中的未知數。

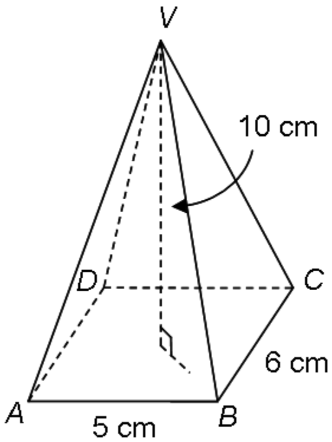
(a)



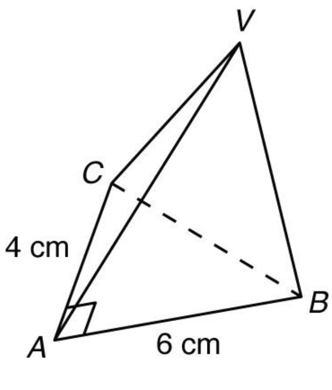
(b)



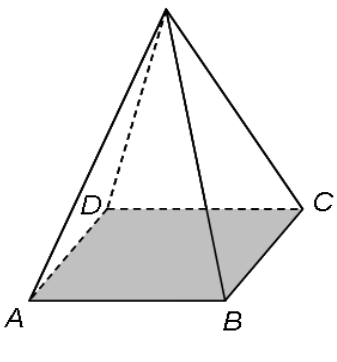
4. 求圖中所示的棱錐 *VABCD* 的體積。



5. 圖中所示為棱錐 *VABC*，其底是一個直角三角形。若棱錐的高為 8 cm，求它的體積。



6. 圖中所示為正棱錐 *VABCD*，其底是一個邊長 4 cm 的正方形 *ABCD*。若該棱錐的體積為 80 cm^3，求它的高。



7. 一個棱錐體的體積為 135 cm^3。其底是一個邊長 6cm，闊長 5cm 的長方形，求錐體的高度。

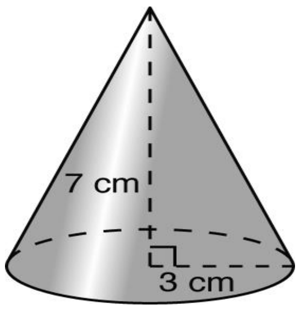
8. 一個棱錐體的高 18 cm，體積為 600 cm^3。若該角錐體的底是一個正方形，求正方形底的邊長。

9. 一個三角錐體的高 10 cm，體積為 70 cm^3。若該角錐體的底是一個直角三角形，兩條成直角，其中的一邊長 6 cm，求另一條邊的長度。

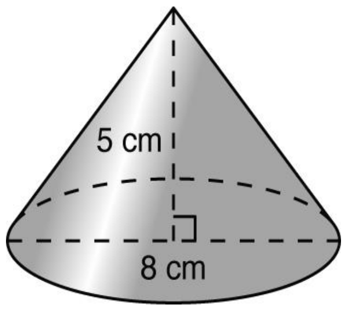
圓錐體體積

1. 求下列各圓錐的體積，答案以 π 表示。

(a)

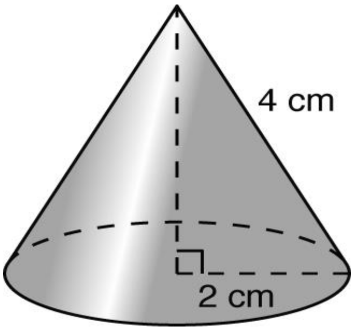


(b)

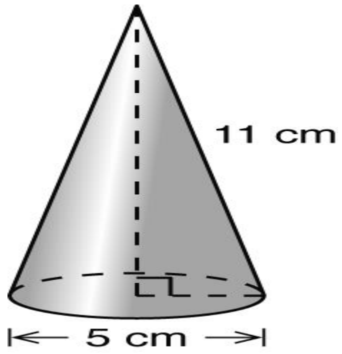


2. 求下列各直立圓錐的曲面面積，答案以 π 表示。

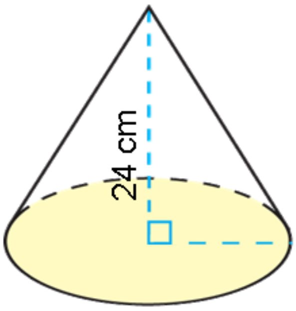
(a)



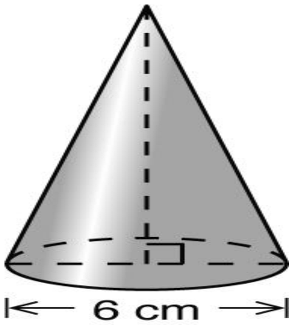
(b)



3. 圖中所示的直立圓錐的高為 24 cm。若該圓錐的底的周界為 40π cm，求它的體積，答案以 π 表示。



4. 圖中所示為一個直立圓錐，其底直徑為 6 cm，體積為 $45\pi \text{ cm}^3$。求圓錐的高。



5. 一個直立圓錐，其底半徑為 8 cm 及高是 6 cm。求圓錐的體積。

6. 一個直立圓錐，其底直徑為 10 cm 及高是 10 cm。求圓錐的體積。

7. 一個直立圓錐的高為 **15cm**。若該圓錐的底的周界為 $\mathbf{24\pi}$ **cm**，求它的體積。
(答案以 π 表示**)**

8. 一個直立圓錐的高為 **10cm**。若該圓錐的底的周界為 $\mathbf{18\pi}$ **cm**，求它的體積。
(答案以 π 表示**)**

9. 一個直立圓錐的半徑為 **15cm** 及體積是 $\mathbf{225\pi\,cm^3}$。求該圓錐的高。

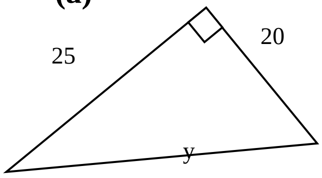
10. 一個直立圓錐的高為 **12cm** 及體積是 $\mathbf{196\pi\,cm^3}$。求該圓錐的半徑。

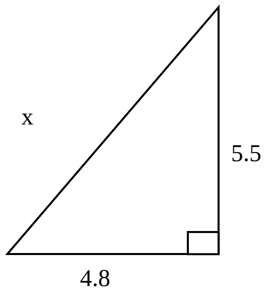
11. 一個直立圓錐的高為 **6cm** 及體積是 $\mathbf{50\pi\,cm^3}$。求該圓錐的直徑。

畢氏定理練習

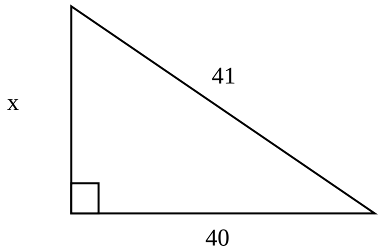
1. 求下列各題的未知數。

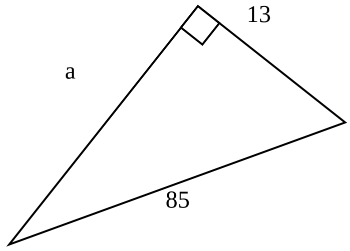
(a)





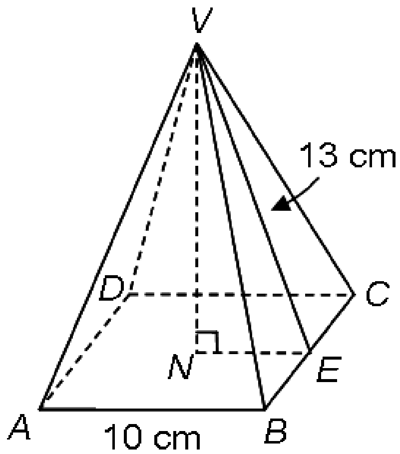
(c)





角及圓錐體體積(未知高度)

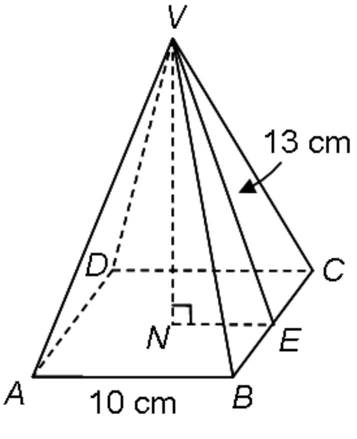
1. 圖中正棱錐(ABCD 是正方形)



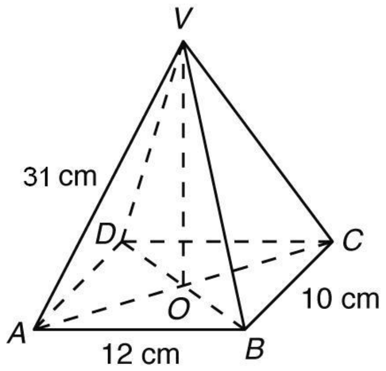
(i) 求正棱錐的高。

(b) 求 ***VABCD*** 的體積。

2. 已知 BC 長 15cm。求圖中棱錐 *VABCD* 的體積。



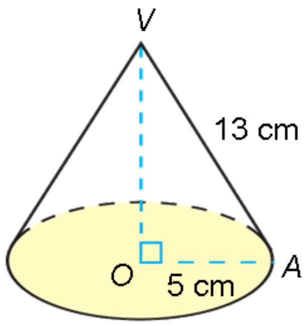
3. 在圖中，正棱錐 $VABCD$ 的底 $ABCD$ 是一個長方形，其大小為 12 cm × 10 cm。VA = 31 cm。



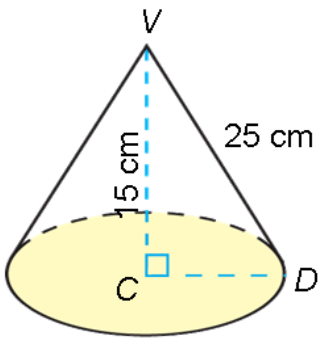
(a) 求 AC 和 VO。

(b) 求棱錐的體積。

4. 在圖中，直立圓錐的底半徑和斜高分別為 5 cm 和 13 cm。求該圓錐的體積。(答案以 π 表示。)

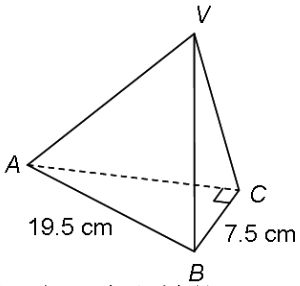


5. 在圖中，直立圓錐的高和斜高分別為 15 cm 和 25 cm。求該圓錐的體積。
(答案以 π 表示。)

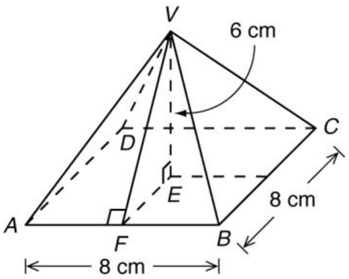


1. 圖中所示為棱錐 $VABC$，其中

$AB = 19.5$ cm 及 $BC = 7.5$ cm。若該棱錐的高為 10 cm，求它的體積。



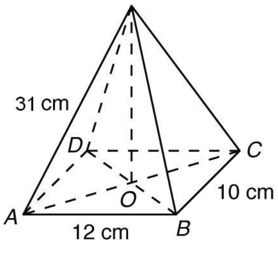
3. 在圖中，直立棱錐 $VABCD$ 的底 $ABCD$ 是一個邊長為 8 cm 的正方形。該棱錐的高 VE 是 6 cm。



(a) 求 VF，答案以根式表示。

(b) 求棱錐的總表面面積。

4. 在圖中，正棱錐 $VABCD$ 的底 $ABCD$ 是一個長方形，其大小為 12 cm × 10 cm。$VA = 31$ cm。

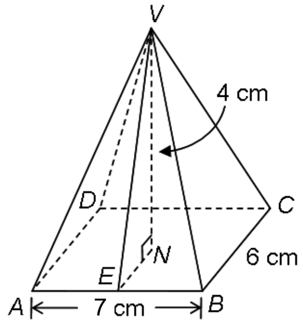


(a) 求 AC 和 VO。

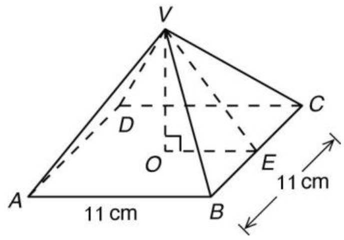
(b) 求棱錐的體積。

5. 圖中所示為一個銅製的直立棱錐 $VABCD$。若把它鑄成另一個高為 5 cm 的正四棱錐，求新棱錐

的底的邊長。



6. 圖中所示為一個直立棱錐 *VABCD*，其底為邊長 11 cm 的正方形。該棱錐的總表面面積是 341 cm^2。



(a) 求側面 $\triangle VBC$ 的面積。

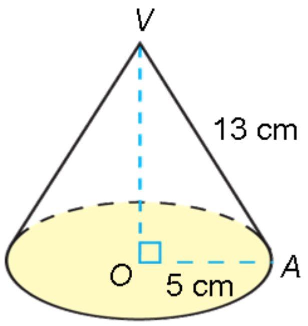
(b) 求棱錐的高。

工作紙 7.2（鞏固）

圓錐

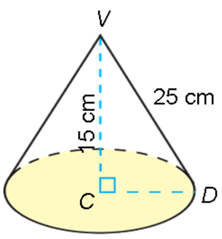
姓名：__________________________　　班別：__________(　　)

4. 在圖中，直立圓錐的底半徑和斜高分別為 5 cm 和 13 cm。求該圓錐的體積。(答案以 π 表示。)

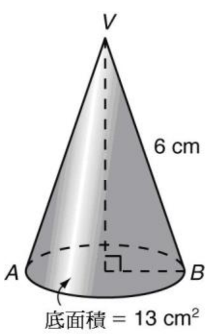


5. 在圖中，直立圓錐的高和斜高分別為

15 cm 和 25 cm。求該圓錐的總表面面積。(答案以 π 表示。)



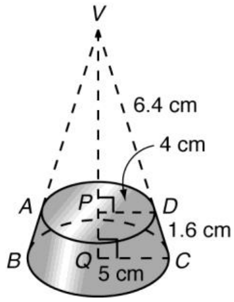
. 圖中所示為一個直立圓錐 *VAB*，其底面積為 13 cm^2，斜高為 6 cm。



(a) 求圓錐的底半徑。

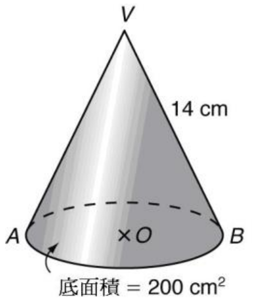
(b) 求圓錐的總表面面積。

8. 圖中所示為一個直立圓錐的平截頭體 *ABCD*。求平截頭體的曲面面積，答案以 π 表示。

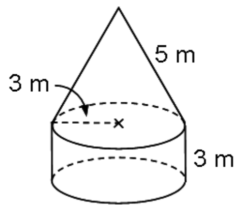


工作紙 7.2 (增進)

1. 在圖中，直立圓錐 *VAB* 的底面積為 200 cm^2，而斜高為 14 cm。求圓錐的體積。



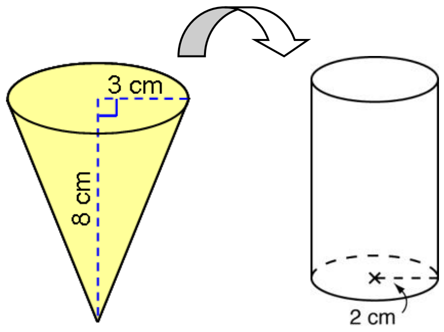
2. 圖中的立體由一個直立圓錐及一個圓柱所組成。求該立體的



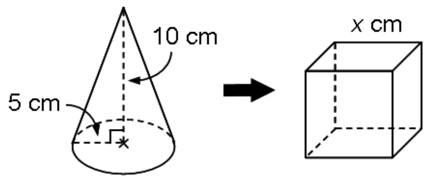
(a) 體積；

(b) 總表面面積。(答案以 π 表示。)

3. 圖中所示為一個盛滿水的倒置直立圓錐形容器，其底半徑為 3 cm，高為 8 cm。若把圓錐內的水全部注入一個底半徑為 2 cm 的圓柱形容器中，求該容器內的水深。



4. 圖中的金屬直立圓錐的底半徑為 5 cm，高為 10 cm。現把該圓錐熔化，再鑄成一個邊長 x cm 的正方體。

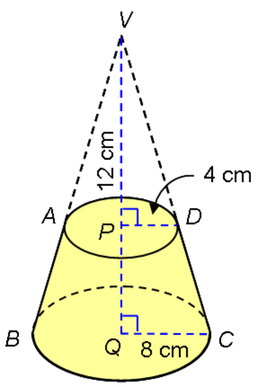


(a) 求 x。

(b) 當直立圓錐被鑄成正方體時，其總表面面積的百分變化是多少？

5. 圖中所示為一個直立圓錐的平截頭體 $ABCD$，其上底面和下底面的半徑分別為 4 cm 和 8 cm。若 $VP = 12$ cm，求該平截頭體的體積。

(答案以 π 表示。)　　(提示：$\triangle VPD \sim \triangle VQC$)



6. 在圖 A 中，OAB 是一個半徑為 9 cm 的扇形，其中 $\angle AOB = 120°$。現把扇形 OAB 摺成一個直立圓錐，使 OA 與 OB 相接 (如圖 B 所示)。求該圓錐的體積。

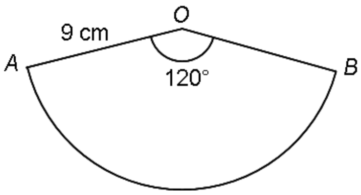


圖 A

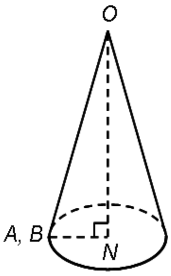


圖 B

工作紙 7.3（鞏固）

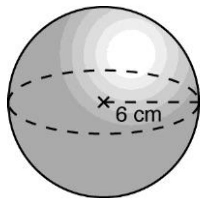
球體

姓名：____________________________　　班別：___________(　　)

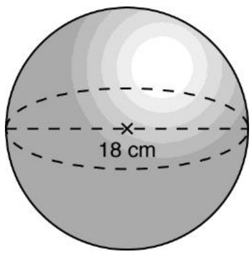
(在本工作紙中，除特別指明外，如有需要，取答案準確至三位有效數字。)

求下列各球體的體積和表面面積，答案以 π 表示。**(1 – 2)**

1.



2.



3. 求在下列各情況中球體的半徑。

(a) 表面面積 $= 256\pi \text{ cm}^2$

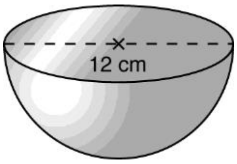
(b) 體積 $= 90 \text{ cm}^3$

4. 已知一個半球體上平面的面積為 $25\pi \text{ cm}^2$，求該半球體的體積，答案以 π 表示。

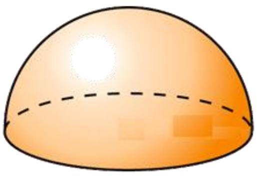
5. 圖中所示為一個半球體，其直徑為 12 cm。求它的 (答案以 π 表示)

(a) 體積；

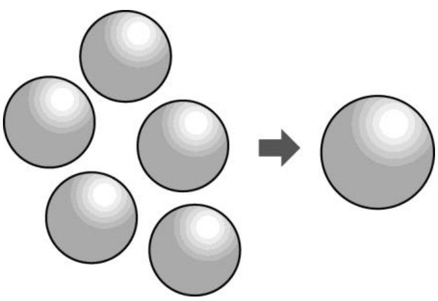
(b) 總表面面積。



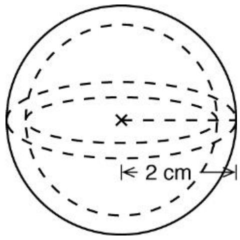
6. 圖中的半球體的總表面面積為 $3\pi \text{ cm}^2$。求該半球體的體積，答案以 π 表示。



7. 如圖所示，把五個半徑為 4 cm 的金屬球體熔化後，鑄成了一個較大的球體。求較大的球體的半徑。

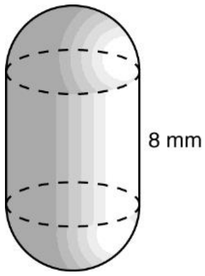


8. 圖中所示為一個橡膠製、且為空心的壁球，其半徑為 2 cm。若壁球的空心部分的體積為 24.5 cm^3，求球殼的厚度。

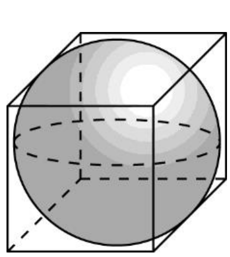


工作紙 7.3 (增進)

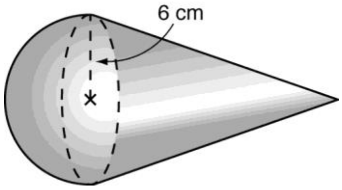
1. 圖中所示為一顆藥丸，它是由兩個半球體和一個圓柱組成，圓柱的底半徑是 4 mm，而高是 8 mm。求該顆藥丸的體積，答案以 π 表示。



2. 如圖所示，一個球體剛好能放進一個邊長 8 cm 的正方體盒子內。求盒子內剩餘空間的體積。

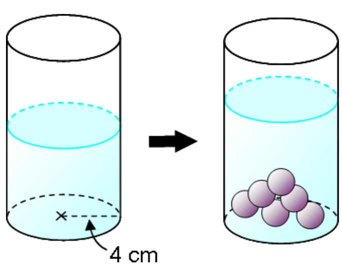


3. 圖中的立體是由一個底半徑 6 cm 的直立圓錐和一個半球體所組成。若立體的總表面面積是 $168\pi\,\text{cm}^2$，求立體中圓錐部分的斜高。

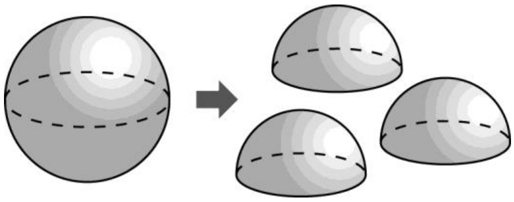


4. 若半球體的體積為 $486\pi\text{ cm}^3$，求它的總表面面積，答案以 π 表示。

5. 一個底半徑為 4 cm 的圓柱形容器內盛有一些水。現把 6 個半徑均為 1 cm 的球體放入該容器內並完全浸沒於水中。問水位會上升多少？



6. 如圖所示，將一粒半徑為 3 cm 的球狀巧克力球溶解，並鑄成 3 塊相同的半球狀巧克力片。



(a) 求每塊巧克力片的半徑。

(b) 問巧克力的表面面積的百分增加是多少？

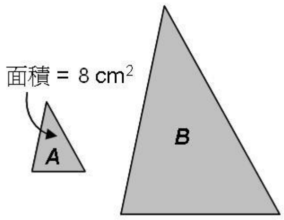
工作紙 7.5（鞏固）

相似形狀

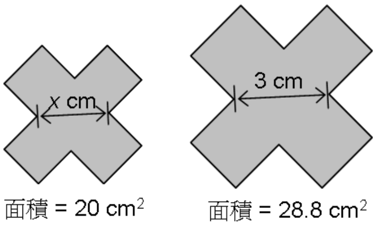
姓名：____________________________　　班別：___________(　　)

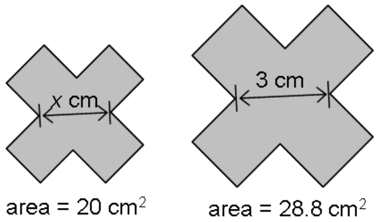
1. 兩個相似圖形 A 和 B 的對應邊的比為 $1:3$。問它們的面積的比是多少？

2. 在圖中，兩個相似三角形 A 和 B 的底邊之比為 $2:5$。若三角形 A 的面積為 8 cm^2，求三角形 B 的面積。



3. 求圖中一對相似圖形中 x 的值。

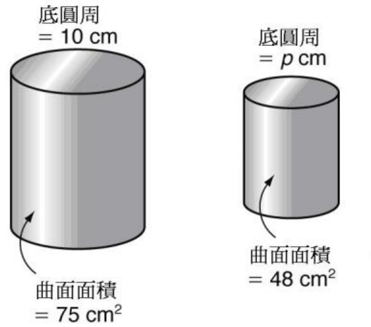




4. 已知兩個相似棱錐的高之比為 $2:3$。若小棱錐的總表面面積為 $48\ \text{cm}^2$，求大棱錐的總表面面積。

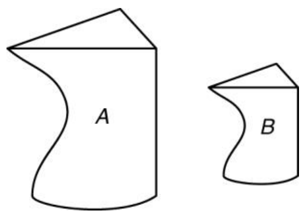
5. 圖中所示為一對相似立體。求 p 的值。

解

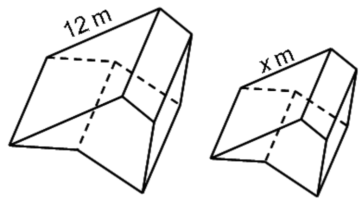


6. 兩個相似圓錐 A 和 B 的底半徑之比為 $5:3$。問它們的體積的比是多少？

7. 在圖中，兩個相似立體 A 和 B 的高之比為 $4:3$。若立體 A 的體積是 $32\ \text{m}^3$，求立體 B 的體積。



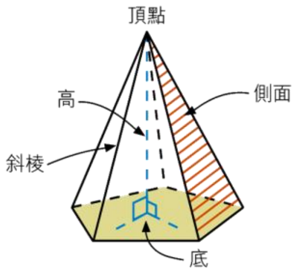
8. 圖中所示為一對相似立體。求 x 的值。



7 面積和體積 (三)

工作紙 7.1 (鞏固)

1.



2. **(a)** 體積 $= \frac{1}{3} \times 10 \times 3 \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{10 \text{ cm}^3}}$

(b) 體積 $= \frac{1}{3} \times 50 \times 9 \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{150 \text{ cm}^3}}$

3. **(a)** $\because \frac{1}{3} \times x \times 6 = 64$

$x = \underline{\underline{32}}$

(b) $\because \frac{1}{3} \times 40 \times h = 60$

$h = \underline{\underline{4.5}}$

4. 棱錐的體積 $= \frac{1}{3} \times 5 \times 6 \times 10 \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{100 \text{ cm}^3}}$

5. 體積 $= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 4 \right) \times 8 \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{32 \text{ cm}^3}}$

6. 設該棱錐的高為 h cm。

$\frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times h = 80$

$h = 15$

$\therefore$ 該棱錐的高為 15 cm。

7. **(a)** $\triangle VAB$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{60 \text{ cm}^2}}$

(b) 總表面面積

$= 4 \times \triangle VAB$ 的面積 $+$ 底 面積

$= (4 \times 60 + 10 \times 10) \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{340 \text{ cm}^2}}$

8. 棱錐 $VABCD$ 的體積 $= \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 8 \text{ cm}^3$

$= \frac{512}{3} \text{ cm}^3$

棱錐 $VEFGH$ 的體積 $= \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times (8-5) \text{ cm}^3$

$= 9 \text{ cm}^3$

平截頭體的體積

$= VABCD$ 的體積 $- VEFGH$ 的體積

$$= \left(\frac{512}{3} - 9\right) \text{cm}^3$$
$$= \underline{\underline{\frac{485}{3} \text{cm}^3}}$$

工作紙 7.2 (鞏固)

1. **(a)** 體積 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 7 \text{ cm}^3$
$= \underline{\underline{21\pi \text{ cm}^3}}$

(b) 體積 $= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 5 \text{ cm}^3$
$= \underline{\underline{\frac{80\pi}{3} \text{ cm}^3}}$

2. **(a)** 曲面面積
$= \pi \times 2 \times 4 \text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{8\pi \text{ cm}^2}}$

(b) 曲面面積
$= \pi \times \frac{5}{2} \times 11 \text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{\frac{55\pi}{2} \text{ cm}^2}}$

3. 設圓錐的底半徑為 r cm。
$2\pi r = 40\pi$
$r = 20$
圓錐的體積 $= \frac{1}{3}\pi r^2 h \text{cm}^3$
$= \frac{1}{3} \times \pi \times 20^2 \times 24 \text{ cm}^3$
$= \underline{\underline{3200\pi \text{ cm}^3}}$

4. 考慮 $\triangle VOA$。
$VO = \sqrt{VA^2 - OA^2}$
$= \sqrt{13^2 - 5^2}$ cm
$= 12$ cm

圓錐的體積 $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12 \text{ cm}^3$
$= \underline{\underline{100\pi \text{ cm}^3}}$

5. 考慮 $\triangle VCD$。
$CD = \sqrt{VD^2 - VC^2}$
$= \sqrt{25^2 - 15^2}$ cm
$= 20$ cm
曲面面積 $= \pi \times CD \times VD$
$= \pi \times 20 \times 25 \text{ cm}^2$
$= 500\pi \text{ cm}^2$

底面積 $= \pi \times 20^2 \text{ cm}^2$
$= 400\pi \text{ cm}^2$

∴ 總表面面積＝曲面面積＋底面積
$= (500\pi + 400\pi) \text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{900\pi \text{ cm}^2}}$

6. 設圓錐的高為 h cm。
$\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times h = 45\pi$
$3h = 45$
$h = 15$
∴ 圓錐的高是 15 cm。

7. **(a)** 設圓錐的底半徑為 r cm。
$\pi r^2 = 13$
$r = 2.03$ (準確至三位有效數字)
∴ 圓錐的底半徑是 2.03 cm。

(b) 圓錐的總表面面積
$= [\pi(2.0342)(6) + 13] \text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{51.3 \text{ cm}^2}}$ (準確至三位有效數字)

8. 圓錐 VBC 的曲面面積
$= \pi(5)(6.4 + 1.6) \text{ cm}^2$
$= 40\pi \text{ cm}^2$

圓錐 VAD 的曲面面積
$= \pi(4)(6.4) \text{ cm}^2$
$= 25.6\pi \text{ cm}^2$

∴ 平截頭體的曲面面積
$= (40\pi - 25.6\pi) \text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{14.4\pi \text{ cm}^2}}$

工作紙 7.3 (鞏固)

1. 體積 $= \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 \text{ cm}^3$
$= \underline{\underline{288\pi \text{ cm}^3}}$
表面面積 $= 4 \times \pi \times 6^2 \text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{144\pi \text{ cm}^2}}$

2. 體積 $= \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{18}{2}\right)^3 \text{ cm}^3$
$= \underline{\underline{972\pi \text{ cm}^3}}$
表面面積 $= 4 \times \pi \times \left(\frac{18}{2}\right)^2 \text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{324\pi \text{ cm}^2}}$

3. 設球體的半徑為 r cm。
(a) $4\pi r^2 = 256\pi$
$r^2 = 64$
$r = 8$
∴ 球體的半徑是 8 cm。

(b) $\frac{4}{3}\pi r^3 = 90$

$r = 2.78$ (準確至三位有效數字)

∴ 球體的半徑是 2.78 cm。

4. 設半球體的半徑為 r cm。

$\pi r^2 = 25\pi$

$r = 5$

體積 $= \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times 5^3\ \text{cm}^3$

$= \underline{\underline{\frac{250\pi}{3}\ \text{cm}^3}}$

5. (a) 體積 $= \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{2}\right)^3\ \text{cm}^3$

$= \frac{2}{3}\times\pi\times 216\ \text{cm}^3$

$= \underline{\underline{144\pi\ \text{cm}^3}}$

(b) 總表面面積

$= \left[\frac{1}{2}\times 4\times\pi\times\left(\frac{12}{2}\right)^2 + \pi\times\left(\frac{12}{2}\right)^2\right]\text{cm}^2$

$= (72\pi + 36\pi)\ \text{cm}^2$

$= \underline{\underline{108\pi\ \text{cm}^2}}$

6. 設該半球體的半徑為 r cm。則，

$\pi r^2 + \frac{4\pi r^2}{2} = 3\pi$

$3r^2 = 3$

$r^2 = 1$

$r = 1$

∴ 該半球體的半徑為 1 cm。

半球體的體積 $= \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\times 1^3\ \text{cm}^3$

$= \underline{\underline{\frac{2}{3}\pi\ \text{cm}^3}}$

7. 五個球體的總體積

$= 5\times\frac{4}{3}\times\pi\times 4^3\ \text{cm}^3$

$= \frac{1280\pi}{3}\ \text{cm}^3$

設較大的球體的半徑為 r cm。

$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1280\pi}{3}$

$r^3 = 320$

$r = 6.84$ (準確至三位有效數字)

∴ 較大的球體的半徑是 6.84 cm。

8. 設球的內半徑為 r cm。

$\frac{4}{3}\pi r^3 = 24.5$

$r = 1.8017$

∴ 球殼的厚度

$= (2 - 1.8017)\ \text{cm}$

$= \underline{\underline{0.198\ \text{cm}}}$ (準確至三位有效數字)

工作紙 7.4 (鞏固)

1. (a) 1 (b) 3 (c) 2

2. (a) 2 (b) 1 (c) 3

3. (a) 1 (b) 2 (c) 3

4. (a) 2 (b) 3 (c) 2

工作紙 7.5 (鞏固)

1. $\frac{\text{圖形 } A \text{ 的面積}}{\text{圖形 } B \text{ 的面積}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$= \frac{1}{9}$

所求的比 $= \underline{\underline{1:9}}$

2. $\frac{\text{三角形 } B \text{ 的面積}}{\text{三角形 } A \text{ 的面積}} = \left(\frac{\text{三角形 } B \text{ 的底}}{\text{三角形 } A \text{ 的底}}\right)^2$

$\frac{\text{三角形 } B \text{ 的面積}}{8\ \text{cm}^2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$

∴ 三角形 B 的面積

$= 8\times\frac{25}{4}\ \text{cm}^2$

$= \underline{\underline{50\ \text{cm}^2}}$

3. $\left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{20}{28.8}$

$\frac{x^2}{9} = \frac{20}{28.8}$

$x^2 = 6.25$

$x = \underline{\underline{2.5}}$

4. $\dfrac{\text{大棱錐的總表面面積}}{\text{小棱錐的總表面面積}}$

$=\left(\dfrac{\text{大棱錐的高}}{\text{小棱錐的高}}\right)^2$

$=\left(\dfrac{3}{2}\right)^2$

即 $\dfrac{\text{大棱錐的總表面面積}}{48\text{ cm}^2}=\left(\dfrac{3}{2}\right)^2$

$\therefore$ 大棱錐的總表面面積

$=48\times\dfrac{9}{4}\text{ cm}^2$

$=\underline{\underline{108\text{ cm}^2}}$

5. $\because$ $\left(\dfrac{p}{10}\right)^2=\dfrac{48}{75}$

$=\dfrac{16}{25}$

$\therefore$ $\dfrac{p}{10}=\dfrac{4}{5}$

$p=\underline{\underline{8}}$

6. $\dfrac{\text{圓錐 }A\text{ 的體積}}{\text{圓錐 }B\text{ 的體積}}=\left(\dfrac{5}{3}\right)^3$

$=\dfrac{125}{27}$

所求的比 $=\underline{\underline{125:27}}$

7. $\dfrac{\text{立體 }A\text{ 的體積}}{\text{立體 }B\text{ 的體積}}=\left(\dfrac{4}{3}\right)^3$

$\dfrac{32\text{ m}^3}{\text{立體 }B\text{ 的體積}}=\dfrac{64}{27}$

$\therefore$ 立體 B 的體積 $=\underline{\underline{13.5\text{ m}^3}}$

8. $\left(\dfrac{x}{12}\right)^3=\dfrac{64}{125}$

$\dfrac{x^3}{1728}=\dfrac{64}{125}$

$x^3=884.736$

$x=\underline{\underline{9.6}}$

工作紙 7.1 (增進)

1. 考慮 $\triangle ABC$。

$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}$

$=\sqrt{19.5^2-7.5^2}\text{ cm}$

$=18\text{ cm}$

$\triangle ABC$ 的面積 $=\dfrac{1}{2}\times18\times7.5\text{ cm}^2$

$=67.5\text{ cm}^2$

棱錐 $VABC$ 的體積 $=\dfrac{1}{3}\times67.5\times10\text{ cm}^3$

$=\underline{\underline{225\text{ cm}^3}}$

2. 考慮 $\triangle VEN$。

$VE=13\text{ cm}$

$EN=\dfrac{10}{2}\text{ cm}=5\text{ cm}$

$VN=\sqrt{VE^2-EN^2}=\sqrt{13^2-5^2}\text{ cm}=12\text{ cm}$

正棱錐的體積

$=\dfrac{1}{3}\times10\times10\times12\text{ cm}^3$

$=\underline{\underline{400\text{ cm}^3}}$

3. **(a)** 考慮 $\triangle VFE$。

$VF^2=VE^2+EF^2$ (畢氏定理)

$\therefore$ $VF=\sqrt{6^2+\left(\dfrac{8}{2}\right)^2}\text{ cm}$

$=\underline{\underline{\sqrt{52}\text{ cm}}}$ (或 $2\sqrt{13}$ cm)

(b) $\triangle VAB$ 的面積 $=\dfrac{1}{2}\times8\times\sqrt{52}\text{ cm}$

$=4\sqrt{52}\text{ cm}$

$\therefore$ 總表面面積

$=4\times\triangle VAB$ 的面積 $+$ $ABCD$ 的面積

$=(4\times4\sqrt{52}+8\times8)\text{ cm}^2$

$=\underline{\underline{179\text{ cm}^2}}$ (準確至三位有效數字)

4. **(a)** 考慮 $\triangle ABC$。

$AC^2=AB^2+BC^2$ (畢氏定理)

$\therefore$ $AC=\sqrt{12^2+10^2}\text{ cm}$

$=\sqrt{244}\text{ cm}$

$=\underline{\underline{15.6\text{ cm}}}$ (準確至三位有效數字)

考慮 $\triangle VAO$。

$VA^2=VO^2+OA^2$ (畢氏定理)

$\therefore$ $31^2\text{ cm}^2=VO^2+\left(\dfrac{\sqrt{244}}{2}\right)^2\text{ cm}^2$

$\therefore$ $VO=\underline{\underline{30\text{ cm}}}$

(b) 體積 $=\dfrac{1}{3}\times(10\times12)\times30\text{cm}^3$

$=\underline{\underline{1200\text{ cm}^3}}$

5. 設新棱錐的底的邊長為 a cm。

$$\frac{1}{3}\times(7\times6)\times4=\frac{1}{3}\times a^2\times5$$

$$56=\frac{5a^2}{3}$$

$$a=5.80 \quad \text{(準確至三位有效數字)}$$

∴ 新棱錐的底的邊長是 5.80 cm。

6. **(a)** ∵ $4\times\triangle VBC$ 的面積 $+$ $ABCD$ 的面積

$=341\text{ cm}^2$

∴ $\triangle VBC$ 的面積 $=\dfrac{341-11\times11}{4}\text{ cm}^2$

$=\underline{\underline{55\text{ cm}^2}}$

(b) $\dfrac{1}{2}\times BC\times VE=55\text{ cm}^2$

∴ $\dfrac{1}{2}\times11\times VE=55\text{ cm}$

$VE=10\text{ cm}$

考慮 $\triangle VOE$。

$VE^2=VO^2+OE^2$ (畢氏定理)

∴ $VO=\sqrt{VE^2-OE^2}$

$=\sqrt{10^2-\left(\dfrac{11}{2}\right)^2}\text{ cm}$

$=8.35\text{ cm}$ (準確至三位有效數字)

∴ 棱錐的高是 8.35 cm。

工作紙 7.2 (增進)

1. 設圓錐的底半徑為 r cm。

$\pi r^2=200$

$r=\sqrt{\dfrac{200}{\pi}}$

考慮 $\triangle VOB$。

$VB^2=VO^2+OB^2$ (畢氏定理)

$VO=\sqrt{14^2-\dfrac{200}{\pi}}\text{ cm}$

$=11.504\text{ cm}$

∴ 圓錐的體積

$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times\left(\dfrac{200}{\pi}\right)\times11.504\text{ cm}^3$

$=\underline{\underline{767\text{ cm}^3}}$ (準確至三位有效數字)

2. **(a)** 圓錐的高 $=\sqrt{5^2-3^2}\text{ m}$

$=4\text{ m}$

圓錐的體積 $=\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4\text{ m}^3$

$=12\pi\text{ m}^3$

圓柱的體積 $=\pi\times3^2\times3\text{ m}^3$

$=27\pi\text{ m}^3$

該立體的體積

$=$ 圓錐的體積 $+$ 圓柱的體積

$=(12\pi+27\pi)\text{ m}^3$

$=\underline{\underline{39\pi\text{ m}^3}}$

(b) 圓錐的曲面面積 $=\pi\times3\times5\text{ m}^2$

$=15\pi\text{ m}^2$

圓柱的曲面面積

$=2\times\pi\times3\times3\text{ m}^2$

$=18\pi\text{ m}^2$

圓柱的底面積 $=\pi\times3^2\text{ m}^2$

$=9\pi\text{ m}^2$

該立體的總表面面積

$=(15\pi+18\pi+9\pi)\text{ m}^2$

$=\underline{\underline{42\pi\text{ m}^2}}$

3. 圓錐的體積 $=\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times8\text{ cm}^3$

$=24\pi\text{ cm}^3$

圓柱形容器的底面積 $=\pi\times2^2\text{ cm}^2$

$=4\pi\text{ cm}^2$

容器內的水深

$=\dfrac{\text{圓錐的體積}}{\text{圓柱形容器的底面積}}$

$=\dfrac{24\pi}{4\pi}\text{ cm}$

$=\underline{\underline{6\text{ cm}}}$

4. **(a)** 圓錐的體積 $=\dfrac{1}{3}\times\pi\times5^2\times10\text{ cm}^3$

$=\dfrac{250\pi}{3}\text{ cm}^3$

正方體的體積 $=$ 圓錐的體積

$x^3=\dfrac{250\pi}{3}$

$x=\sqrt[3]{\dfrac{250\pi}{3}}$

$=\underline{\underline{6.40}}$ (準確至三位有效數字)

(b) 圓錐的斜高 $=\sqrt{10^2+5^2}\text{ cm}$

$=\sqrt{125}\text{ cm}$

圓錐的總表面面積

$=(\pi\times5^2+\pi\times5\times\sqrt{125})\text{cm}^2$

$=254.16\text{ cm}^2$

正方體的總表面面積 $=6(6.3972)^2\text{cm}^2$

百分變化

$=\dfrac{6\,(6.3972)^2-254.16}{254.16}\times100\%$

$=\underline{\underline{-3.39\%}}$ (準確至三位有效數字)

5. ∵ $\triangle VPD\sim\triangle VQC$ (AAA)

∴ $\dfrac{VP}{VQ}=\dfrac{PD}{QC}$

$\dfrac{12\text{ cm}}{VQ}=\dfrac{4}{8}$

$VQ=24\text{ cm}$

圓錐 VBC 的體積 $=\dfrac{1}{3}\times\pi\times8^2\times24\text{ cm}^3$

$=512\pi\text{ cm}^3$

圓錐 VAD 的體積 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 12 \text{ cm}^3$

$= 64\pi \text{ cm}^3$

平截頭體的體積

$=$ 圓錐 VBC 的體積 $-$ 圓錐 VAD 的體積

$= (512\pi - 64\pi) \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{448\pi \text{ cm}^3}}$

6. 考慮圖 A 中的扇形 OAB。

弧 AB 的長度 $= 2 \times \pi \times 9 \times \frac{120}{360} \text{ cm}$

$= 6\pi \text{ cm}$

考慮圖 B 中的圓錐。

底半徑 $= \frac{6\pi}{2\pi} \text{ cm}$

$= 3 \text{ cm}$

圓錐的高 $= \sqrt{9^2 - 3^2} \text{ cm}$

$= \sqrt{72} \text{ cm}$

圓錐的體積 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times \sqrt{72} \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{80.0 \text{ cm}^3}}$ (準確至三位有效數字)

工作紙 7.3 (增進)

1. 圓柱的體積

$= \pi(4)^2 \times 8 \text{ mm}^3$

$= 128\pi \text{ mm}^3$

兩個半球體的總體積

$= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3 \text{ mm}^3$

$= \frac{256\pi}{3} \text{ mm}^3$

$\therefore$ 藥丸的體積

$= \left(128\pi + \frac{256\pi}{3}\right) \text{mm}^3$

$= \underline{\underline{\frac{640\pi}{3} \text{ mm}^3}}$

2. 正方體盒子的體積

$= 8^3 \text{ cm}^3$

$= 512 \text{ cm}^3$

球體的體積

$= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{8}{2}\right)^3 \text{ cm}^3$

$= 268.08 \text{ cm}^3$

$\therefore$ 盒內剩餘空間的體積

$= (512 - 268.08) \text{ cm}^3$

$= \underline{\underline{244 \text{ cm}^3}}$ (準確至三位有效數字)

3. 設圓錐的斜高為 ℓ cm。

$\frac{1}{2} \times 4\pi(6)^2 + \pi(6)\ell = 168\pi$

$72 + 6\ell = 168$

$\ell = 16$

$\therefore$ 圓錐的斜高是 16 cm。

4. 設該半球體的半徑為 r cm。

$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = 486\pi$

$r^3 = 729$

$r = 9$

$\therefore$ 該半球體的半徑為 9 cm。

總表面面積 $= (\frac{1}{2} \times 4 \times \pi \times 9^2 + \pi \times 9^2) \text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{243\pi \text{ cm}^2}}$

5. 6 個球體的總體積

$= 6 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 1^3 \text{ cm}^3$

$= 8\pi \text{ cm}^3$

圓柱形容器的底面積 $= \pi \times 4^2 \text{ cm}^2$

$= 16\pi \text{ cm}^2$

水位上升的高度

$= \frac{6 \text{ 個球體的總體積}}{\text{圓柱形容器的底面積}}$

$= \frac{8\pi}{16\pi} \text{cm}$

$= \underline{\underline{\frac{1}{2} \text{cm}}}$

6. **(a)** 設每塊巧克力片的半徑為 r cm。

$\frac{4}{3}\pi(3)^3 = 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$36\pi = 2\pi r^3$

$r = \sqrt[3]{18}$

$= 2.62$ (準確至三位有效數字)

$\therefore$ 每塊巧克力片的半徑是 2.62 cm。

(b) 原來的表面面積

$= 4\pi(3)^2 \text{ cm}^2$

$= 36\pi \text{ cm}^2$

新的總表面面積

$= 3 \times \left[\frac{1}{2} \times 4\pi(\sqrt[3]{18})^2 + \pi(\sqrt[3]{18})^2\right] \text{cm}^2$

$= 194.20 \text{ cm}^2$

百分增加

$= \frac{194.20 - 36\pi}{36\pi} \times 100\%$

$= \underline{\underline{71.7\%}}$ (準確至三位有效數字)

工作紙 7.4 (增進)

1. **(a)** $S = 2a + 4b$, $S = 2(a + b)$

(b) $S = 4\pi ab$, $S = a^2 + b^2$

(c) $S = ab^2$, $S = \frac{1}{3}\pi a^3$

2. **(a)** $m = 2$, $n = 1$

(b) $m = 1$, $n = 2$

工作紙 7.5 (增進)

1. 設立體 A 和立體 B 的對應邊長分別為 ℓ_A 和 ℓ_B。

$$\left(\frac{\ell_A}{\ell_B}\right)^2=\frac{4}{9}$$
$$\frac{\ell_A}{\ell_B}=\frac{2}{3}$$
$$\frac{\text{立體 }A\text{的體積}}{\text{立體 }B\text{的體積}}=\left(\frac{\ell_A}{\ell_B}\right)^3$$
$$\frac{72}{x}=\left(\frac{2}{3}\right)^3$$
$$x=72\times\frac{27}{8}$$
$$=\underline{\underline{243}}$$

2. 設立體A 和立體 B 的對應邊長分別為 ℓ_A 和 ℓ_B。

$$\left(\frac{\ell_A}{\ell_B}\right)^3=\frac{500}{864}$$
$$=\frac{125}{216}$$
$$\therefore\quad\frac{\ell_A}{\ell_B}=\frac{5}{6}$$
$$\frac{\text{立體 }A\text{的底面積}}{\text{立體 }B\text{的底面積}}=\left(\frac{5}{6}\right)^2$$
$$\frac{y}{288}=\frac{25}{36}$$
$$y=\underline{\underline{200}}$$

3. 設 ZR 的長度為 x cm。

則 $AZ = 4x$ cm 及 $RD = 2x$ cm

$\therefore AR = (4x + x)$ cm $= 5x$ cm

$AD = (4x + x + 2x)$ cm $= 7x$ cm

$\therefore AZ:AR:AD = 4:5:7$

$\therefore$ $AXYZ$ 的面積 : $APQR$ 的面積 : $ABCD$ 的面積

$= 4^2:5^2:7^2$

$= 16:25:49$

假設 $AXYZ$ 的面積 $= 16y$ cm^2,

$APQR$ 的面積 $= 25y$ cm^2,

$ABCD$ 的面積 $= 49y$ cm^2,

$\therefore$ 白色區域的面積 $= (25y – 16y)$ cm^2 $= 9y$ cm^2

陰影區域的面積 $= (49y – 9y)$ cm^2 $= 40y$ cm^2

$\therefore$ 所求的比是 $9 : 40$。

4. **(a)** $\angle A=\angle B=\angle C=\dfrac{180^\circ}{3}$

$=60^\circ$

$\angle AED=\angle B$ 及 $\angle ADE=\angle C$ (同位角，$ED \parallel BF$)

$=60^\circ$ $=60^\circ$

$\angle DFC=\angle B$ 及 $\angle FDC=\angle A$ (同位角，$FD \parallel BE$)

$=60^\circ$ $=60^\circ$

$\therefore$ $\triangle BCA$、$\triangle FCD$ 和 $\triangle EDA$ 都是等邊三角形。

$\therefore$ 它們是相似三角形。

(b)
$$\frac{\triangle EDA\text{的面積}}{\triangle FCD\text{ 的面積}}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$\therefore\quad\frac{\triangle EDA\text{的面積}}{28\text{ cm}^2}=\frac{1}{4}$$
$$\triangle EDA\text{的面積}=7\text{ cm}^2$$
$$\frac{\triangle BCA\text{ 的面積}}{\triangle FCD\text{ 的面積}}=\left(\frac{2+1}{2}\right)^2$$
$$\therefore\quad\frac{\triangle BCA\text{ 的面積}}{28\text{ cm}^2}=\frac{9}{4}$$
$$\triangle BCA\text{ 的面積}=63\text{ cm}^2$$

$\therefore$ 平行四邊形 $BFDE$ 的面積

$=(63-7-28)\text{ cm}^2$

$=\underline{\underline{28\text{ cm}^2}}$

5. **(a)**
$$\left(\frac{\text{小圓錐的邊長}}{\text{大圓錐的邊長}}\right)^2$$
$$=\frac{\text{小圓錐的總表面面積}}{\text{大圓錐的總表面面積}}$$
$$=\frac{9}{25}$$
$$\therefore\quad\frac{\text{小圓錐的邊長}}{\text{大圓錐的邊長}}=\sqrt{\frac{9}{25}}$$
$$=\underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

(b)
$$\frac{\text{小圓錐的體積}}{\text{大圓錐的體積}}$$
$$=\left(\frac{\text{小圓錐的邊長}}{\text{大圓錐的邊長}}\right)^3$$
$$=\left(\frac{3}{5}\right)^3\qquad(\text{從 (a)})$$
$$=\underline{\underline{\frac{27}{125}}}$$

(c)
$$\frac{\text{小圓錐的體積}}{\text{大圓錐的體積}}=\frac{27}{125}\qquad(\text{從 (b)})$$
$$\frac{81\text{cm}^3}{\text{大圓錐的體積}}=\frac{27}{125}$$

$\therefore$ 大圓錐的體積

$$=\frac{125\times 81}{27}\text{ cm}^3$$
$$=\underline{\underline{375\text{ cm}^3}}$$

6. **(a)** 設該球體原來的半徑和新的半徑分別為 r_0 和 r_1。

新的表面面積

= 原來的表面面積 × (1 – 19%)

$= \text{原來的表面面積} \times \frac{81}{100}$

$\because \quad \frac{\text{新的表面面積}}{\text{原來的表面面積}} = \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2$

$$\frac{81}{100} = \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2$$

$\therefore \quad \frac{r_1}{r_0} = \sqrt{\frac{81}{100}}$

$$= \frac{9}{10}$$

∴ 所求的比是 9:10。

(b) 設該球體原來的體積和新的體積分別為 V_0 和 V_1。

$$\frac{V_1}{V_0} = \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^3$$
$$= 0.9^3$$
$$= 0.729$$

∴ 所求的比是 729:1000。

7. **(a)** 設圓錐 I 和平截頭體 II 的體積分別為 V_{I} 和 V_{II}。

$V_{\mathrm{I}} : (V_{\mathrm{I}} + V_{\mathrm{II}})$

$= 20^3 : (20 + 10)^3$

$= 8 : 27$

$\therefore \quad \frac{V_I + V_{II}}{V_I} = \frac{27}{8}$

$$1 + \frac{V_{II}}{V_I} = \frac{27}{8}$$

$$\frac{V_{II}}{V_I} = \frac{19}{8}$$

∴ 所求的比是 8 : 19。

(b) 設圓錐 I 和平截頭體 II 的曲面面積分別為 A_{I} 和 A_{II}。

$A_{\mathrm{I}} : (A_{\mathrm{I}} + A_{\mathrm{II}})$

$= 20^2 : (20 + 10)^2$

$= 4 : 9$

$\therefore \quad \frac{A_I + A_{II}}{A_I} = \frac{9}{4}$

$$1 + \frac{A_{II}}{A_I} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{A_{II}}{A_I} = \frac{5}{4}$$

∴ 所求的比是 4 : 5。