

課堂工作紙 4.4(I)

學習目標：利用因式定理，把多項式分解為因式。

因式定理

$x - a$ 是 $f(x)$ 的因式 $\rightarrow$ 餘數 = 0 $[f(a) = 0] \rightarrow$ 可整除多項式

因式定理

已知 $f(x)$ 是一個多項式。

若 $f(a) = 0$ ，則 $x - a$ 是 $f(x)$ 的因式。

反過來說，

若 $x - a$ 是 $f(x)$ 的因式，則 $f(a) = 0$ 。

已知

$$f(x) = (x - a) \underbrace{Q(x)}_{\text{商式}} + \underbrace{R}_{\text{餘數}}$$

若 $f(a) = 0$ ，

$$(a - a)Q(a) + R = 0$$

$$R = 0$$

$$\text{即 } f(x) = (x - a)Q(x)$$

$\therefore x - a$ 是 $f(x)$ 的因式。

1. 設 $f(x) = x^3 - 3x + 2$ 。利用因式定理，判斷下列各式是否 $f(x)$ 的因式。

$\rightarrow$ 練習 4.4: 1, 2

(a) $x - 1$

$$f(1) =$$

判斷 $f(1) = 0$
是否正確。

(b) $x + 3$

$$f(\quad) =$$

$\therefore x - 1$ ____ (是/不是) $f(x)$ 的因式。

已知 $f(x)$ 是一個多項式。

若 $f\left(\frac{n}{m}\right) = 0$ ，則 $mx - n$ 是 $f(x)$ 的因式。

反過來說，若 $mx - n$ 是 $f(x)$ 的因式，則 $f\left(\frac{n}{m}\right) = 0$ 。

2. 設 $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x - 2$ 。利用因式定理，判斷下列各式是否 $f(x)$ 的因式。 $\rightarrow$ 練習 4.4: 3, 4

(a) $2x -$

(b) $3x + 1$

1

$$f\left(\frac{\quad}{\quad}\right) =$$

$$2x - 1 = 0$$

$$x = \underline{\quad}$$

3. 設 $f(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$ 。

(a) 利用因式定理，判斷下列各式是否 $f(x)$ 的因式。

(i) $x - 1$

(ii) $x + 1$

(b) 由此，把 $f(x)$ 分解為因式

從 (a)() 部， $f(x) = ()Q(x)$ ，其中 $Q(x)$ 是一個多項式。

利用長除法可得

$$\begin{aligned} f(x) &= () () \\ &= () () () \end{aligned}$$

$$\overline{) 2x^3 - x^2 - 7x + 6}$$

4. 設 $f(x) = 3x^3 + 8x^2 + 3x - 2$ 。

→練習 4.4: 5–8

(a) 利用因式定理，判斷下列各式是否 $f(x)$ 的因式。

(i) $x + 1$

(ii) $3x + 2$

(b) 由此，把 $f(x)$ 分解為因式。

從 (a)() 部， $f(x) = ()Q(x)$ ，其中 $Q(x)$ 是一個多項式。

利用長除法可得

$$\begin{aligned} f(x) &= () () \\ &= () () () \end{aligned}$$

$$\overline{) }$$

進階題

5. 設 $f(x) = 2x^3 + 7x^2 - 9$ 。

(a) 求 $f(-3)$ 。 (b) 把 $f(x)$ 分解